Algorithmen und Datenstrukturen Praktikum\_1 Aufgabenblatt\_3 11.10.2013

Übungsaufgabe 3.1

1. Zu den Operationen von Algorithmus 1 Quersumme zählen wir die Zuweisung, die Inkrementierung, die Addition, die Vergleichsoperationen sowie die Rückgabe des Ergebnisses. Daher zählen wir eine Operationsanzahl von:

Die Zuweisung für x=0, die Rückgabe des Ergebnisses sowie die Zuweisung des Startwertes i = 1 sind 3 konstanten Operationen. Die Vergleichsoperationen, die Inkrementierung von i, die Addition von x mit A[i] sowie die anschließende Zuweisung sind die ermittelten 4n.

1. Zu den Operationen von Algorithmus 2 Alg. 1 zählen wir die Zuweisungsoperationen, der drei for-Schleifen sowie der einzelnen Kommandos innerhalb der for- Schleifen, die Vergleichsoperationen, die Rückgabe des Ergebnisses und die Inkrementierungen die Indizes.

Das ergibt als ausformulierten Term folgendes:

Zusammengefasst ergibt sich:

1. Zu den Operationen des Algorithmus 3 Matrixmultiplikation zählen wir die Zuweisungsoperationen und Vergleichsoperationen der drei for-Schleifen, die Inkrementierung des Indizes, die Rückgabe des Ergebnisses sowie die einzelnen Kommandos innerhalb der for-Schleifen. Das ergibt ausformuliert:   
   Zusammengefasst ergibt sich:
2. Zu den Operationen des Algorithmus 3 Matrixmultiplikation zählen wir die Zuweisungsoperationen und Vergleichsoperationen der drei for-Schleifen, die Inkrementierung des Indizes, die Rückgabe des Ergebnisses sowie die einzelnen Kommandos innerhalb der for-Schleifen. Das ergibt ausformuliert:  
   Zusammengefasst ergibt sich:

Übungsaufgabe 3.2

3) Für x = 2 liegt die Berechnungsgrenze des Algorithmus 5 bei k = 30. Ab k = 31 kommt es zu einem Overflow. Das Ergebnis stimmt somit nicht mehr.

Laufzeit von iterativem Potenzieren:

Die Laufzeit, des iterativem Potenzierens(exp) liegt in der Teta Klasse: wobei n die Potenz bezeichnet.

Die Laufzeit, des rekursiven Potenzierens(exp1) wird wie folgt dargestellt:

Nach dem zweiten Fall des Mastertheorems wäre unser Rekurrenzalgorithmus:

Als ein Experiment haben wir uns überlegt, die Anzahl der durchgeführten Berechnungsoperationen zu zählen und es zeigte sich, dass der, von uns implementierte rekursive Ansatz doppelt so viele Berechnungsoperationen machte, als der iterative Ansatz. Zur Verdeutlichung soll hier folgendes Beispiel genannt werden:

Anzahl der Berechnungsoperationen (rekursiver Ansatz): 381 für 5 und 66

Anzahl der Berechnungsoperationen (iterativer Ansatz): 132 für 5 und 66

4.) Die Grenzen der Berechnung werden zum Einen durch den verfügbaren Speicher begrenzt (Ab einer Dimensionsgröße zwischen 5.500 und 6.000 wurde dieser auf den Testrechnern überschritten) und von der Potenz k ab. Ab kommt es logischerweise erneut zu einem Overflow des jeweiligen Wertes in der Matrix. Diese Begrenzung gilt für beide Implementationsvarianten.

Bei einer realistischen Größe von 100 x 100 liegt die Grenze, zum Warten bei etwa einer Potenz von k > 20. Dies gilt für die rekursive Variante. Es zeigten sich einige Unterschiede zwischen den Matrix Implementationen. Durch den indizierten Zugriff war die MatrixArray Variante am schnellsten, während die MatrixArrayList knapp anschloss. Die MatrixListe dagegen war bereits nach der Potenz 2 unzumutbar.

Bei einer realistischen Größe von 100 x 100 liegt die Grenze, zum Warten, für die iterative Lösung bei etwa k > 10. Es zeigte sich, dass die MatrixArray Implementation am schnellsten mit der Aufgabe klar kam, die MatrixArrayListe war stark langsam, konnte aber die Aufgabe ebenfalls bewältigen, während die MatrixList bereits nach der 2 Potenz aufgab.

Übungsaufgabe 3.3

1. Wir setzen   
   Es gilt:   
      
      
   Damit gilt für alle Werte offenbar und damit auch , was der Definition des O-Klasse entspricht.
2. Da dann gilt:

Damit gilt für alle Werte offenbar , womit die Formel bewiesen ist.

* 1. N² +52 - bei einem von 7
  2. 6N² + 2 - bei einem von 0,5

1. Konstante Faktoren sind in der Landau-Notation irrelevant. Deshalb sind in diesem Fall nur die Polynome interessant. Sobald der größte Koeffizient zweier Polynome identisch ist, sind die Funktionen aufgrund der in dieser Aufgabe definierten Form der Polynome in Bezug auf die Landau-Notation in der Theta-Klasse der jeweils anderen.
2. Es wird lediglich aufsummiert, egal wie hoch das n gewählt wird.